

ME Matematikai Intézet

Név:

Alkalmazott Matematikai Int. Tsz.

Neptun-kód:

NUMERIKUS MÓDSZEREK

Minden számítást 4-tizedesjegy pontossággal végezzen!

Feladatok

- 1.) Adja meg az alábbi mátrix $\|A\|_1$, $\|A\|_F$, $\|A\|_2$, $\|A\|_\infty$ normáját!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

(8 pont)

- 2.) Oldja meg az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert LU-felbontással!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

(10 pont)

- 3.) Newton-módszerrel adjon közelítést négy lépésben az alábbi függvény zérushelyére a $[1, 2]$ intervallumon!

$$f(x) = x^3 - \ln(5x)$$

(8 pont)

- 4.) Az alábbi táblázat az mutatja, hogy egy test s elmozdulása esetén mekkora F erő hat az adott testre. Összetett Simpson-formula segítségével adjon becslést, mennyi munkát végzünk, amíg az $s_0 = 0$ kiinduló pontból $s_8 = 4$ pontba juttatjuk a testet! Utólagos hibabecsléssel adja meg a számítás hibáját!

s	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
F	-4.5465	-4.9875	-4.2074	-2.3971	0.0000	2.3971	4.2074	4.9875	4.5465

(12 pont)

FOLYTATÁS A KÖVETKEZŐ OLDALON!

- 5.) Legkisebb négyzetek módszerével közelítse az alábbi pontokra legjobban illeszkedő $f(x) = a + b \cdot 2^x$ függvényt!

x	0	1	2	3
y	0	1	3	7

(10 pont)

- 6.) Seidel-iterációval közelítse két lépésben az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert az x_0 vektorból indulva! Mindkét lépésben határozza meg a közelítés hibáját is!

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 14 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(14 pont)

- 7.) Az alábbi táblázat egy kistelepülés lakosainak számát mutatja a megadott években. Másodfokú Lagrange-interpolációs polinommal adjon becslést, hogy 2002-ben hány lakosa volt a településnek!

év	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
lakosság	6 027	5 908	5 882	5 693	5 715	6 455	6 030	6 105	5 898	5 555

(12 pont)

- 8.) Hatványmódszerrel közelítse az alábbi A mátrix domináns sajátértékét és a hozzá tartozó sajátvektort a v_0 vektorból indulva három lépésben!

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad v_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(10 pont)

- 9.) Milyen feltételek teljesülése esetén alkalmazható az $Ax = b$ egyenletrendszer x megoldásának közelítésére a Jacobi-iteráció? Írja fel továbbá az iterációra vonatkozó képletet és a módszer hibaképletét (definiálva a benne szereplő paramétereket is)!

(8 pont)

- 10.) Írja fel az abszolút és relatív hibakorlátra vonatkozó képleteket!

(8 pont)